

Złożoność obliczeniowa algorytmów

Wykład: złożoność czasowa, pamięciowa, efektywność algorytmu, notacja dużego O , przypadek średni, oczekiwany, pesymistyczny, optymistyczny

ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA ALGORYTMÓW



EFEKTYWNOŚĆ ALGORYTMÓW

Efektywność algorytmów to podstawowe kryterium ich porównywania w praktyce.

O efektywności mówimy w sensie:



czasu wykonania algorytmu



zapotrzebowania na pamięć operacyjną (zasoby komputera)

Najczęściej czas i pamięć potrzebne do zrealizowania algorytmów są wyrażone w funkcji **rozmiaru** danych wejściowych (ozn. n). Efektywność algorytmu może też zależeć od **rodzaju** danych wejściowych - najczęściej mówimy wówczas o przypadkach: optymistycznym, średnim (oczekiwanym) i pesymistycznym.

EFEKTYWNOŚĆ ALGORYTMÓW

Efektywność algorytmów to podstawowe kryterium ich porównywania w praktyce.

O efektywności mówimy w sensie:

**ZŁOŻONOŚĆ CZASOWA
ALGORYTMÓW**

**ZŁOŻONOŚĆ PAMIĘCIOWA
ALGORYTMÓW**

Najczęściej czas i pamięć potrzebne do zrealizowania algorytmów są wyrażone w funkcji **rozmiaru** danych wejściowych (ozn. n). Efektywność algorytmu może też zależeć od **rodzaju** danych wejściowych - najczęściej mówimy wówczas o przypadkach: optymistycznym, średnim (oczekiwanym) i pesymistycznym.

RODZAJE ZŁOŻONOŚCI ALGORYTMU

Złożoność czasowa jest to zależność między rozmiarem i porządkiem danych wejściowych algorytmu, a czasem wykonania algorytmu. Rozmiar danych najczęściej jest wyrażany w liczbie elementów stanowiących dane wejściowe, natomiast czas jest wyrażany w przybliżonej liczbie kroków, jakie musi wykonać maszyna by zakończyć wykonanie algorytmu.

Złożoność pamięciowa jest to zależność pomiędzy rozmiarem i porządkiem danych wejściowych algorytmu, a jego zapotrzebowaniem na pamięć niezbędną do jego realizacji. Wielkość tej pamięci wyrażana jest w liczbie elementów, które należy przechować.

RODZAJE ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ:

W złożoności algorytmów istotny jest rząd wielkości wykonywanych operacji od rozmiaru rozwiązywanego problemu. Wykorzystywana jest tutaj powszechnie tzw. notacja dużego O. Przykłady notacji:

$O(1)$ - złożoność rzędu 1 - liczba operacji wykonywanych przez algorytm jest w przybliżeniu niezależna od rozmiaru problemu.

$O(n)$ złożoność rzędu n zwana złożonością liniową - liczba wykonywanych przez algorytm operacji jest w przybliżeniu proporcjonalna do rozmiaru problemu.

$O(n^2)$ złożoność rzędu n^2 - liczba operacji rośnie proporcjonalnie do kwadratu rozmiaru problemu.

$O(\log n)$ złożoność rzędu logarytmu z n (logarytmiczna) - liczba operacji rośnie proporcjonalnie do logarytmu z rozmiaru problemu.

RODZAJE ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ:

$O(n \cdot \log n)$ złożoność rzędu $n \cdot \log n$ - liczba operacji jest proporcjonalna do iloczynu rozmiaru problemu przez jego logarytm

$O(2^n)$ złożoność wykładnicza - liczba operacji rośnie wykładniczo względem ilości danych.

$O(n!)$ złożoność rzędu n silnia - liczba operacji wzrasta proporcjonalnie do silni rozmiaru problemu

Złożoność obliczeniowa względem rozmiaru danych wejściowych

Rozmiar danych:	10	20	50	100	200	1000
$\log n$	3,32 ns	4,23 ns	5,64 ns	6,64 ns	7,64 ns	9,97 ns
n	10 ns	20 ns	50 ns	100 ns	200 ns	1 μ s
$n \log n$	33,21 ns	86,44 ns	282,2 ns	664,4 ns	1,53 μ s	9,97 μ s
n^2	100 ns	400 ns	2,5 μ s	10 μ s	40 μ s	1 ms
2^n	1 μ s	1,05 ms	13 dni	$4 \cdot 10^{13}$ lat	$5,1 \cdot 10^{43}$ lat	$3,4 \cdot 10^{284}$ lat
$n!$	3,6 ms	77 lat	$9,6 \cdot 10^{44}$ lat	$3 \cdot 10^{141}$ lat	$2,5 \cdot 10^{358}$ lat	$1,27 \cdot 10^{2551}$ lat

założenie: pojedyncza instrukcja wykonuje się jedną nanosekundę

PORÓWNANIE ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ POZNANYCH ALGORYTMÓW SORTOWANIA (P-oczekiwana liczba porównań):

Sortowanie	Min (minimalna)	Śr (oczekiwana)	Max (pesymistyczna)
Proste wstawianie	$P = n-1$	$P = (n^2+n-2)/4$	$P = (n^2-n)/2-1$
Proste wybieranie	$P = (n^2-n)/2$	$P = (n^2-n)/2$	$P = (n^2-n)/2$
Prosta zamiana (bąbelkowe)	$P = (n^2-n)/2$	$P = (n^2-n)/2$	$P = (n^2-n)/2$
Szybkie	$P = n \cdot \log n$	$P = (3n \cdot \log n)/2$	$P = (n-1)(n+1)$

PORÓWNANIE ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ POZNANYCH ALGORYTMÓW SORTOWANIA (zapis w notacji duże O):

<i>Algorytm</i>	<i>Przypadek optymistyczny</i>	<i>Przypadek średni</i>	<i>Przypadek pesymistyczny</i>
<i>sortowanie bąbelkowe</i>	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
<i>sortowanie przez wstawienie</i>	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
<i>sortowanie przez selekcję</i>	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
<i>sortowanie szybkie</i>	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$

GRAFICZNA REPREZENTACJA ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWYCH:

